

I: calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n e^{-bx} dx$ pour $b > 1$.

II: soit $(\Omega, \mathcal{B}, \mu)$ un espace mesuré positif et soit $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^p$ et $g : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^q$ deux applications mesurables. Montrer que

$$\mu_{g \circ f} = (\mu_f)_g.$$

III: soit $(\Omega, \mathcal{B}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé et $U : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ mesurable telle que \mathbb{P}_U soit la loi uniforme sur $[0, 1]$.

- i) Déterminer la loi de \mathbb{P}_{U^2} . Est-elle absolument continue par rapport à λ_1 ?
- ii) Trouver Ψ telle que la loi de $\Psi(U)$ soit $\mathcal{P}(\lambda)$.
- iii) Trouver Φ telle que la loi de $\Phi(U)$ soit $\mathcal{N}(0, 1)$.