

Dans un jeu télévisé, on dispose de deux enveloppes indiscernables, chacune contient une somme d'argent à gagner, l'une x_1 euros et l'autre x_2 , $x_1 < x_2$.

Le candidat tire une enveloppe au hasard, et la décachette. Il a alors le choix, soit de la conserver, soit de l'échanger avec l'autre enveloppe en espérant que la seconde contienne la somme x_2 .

a) Calculer les probabilités que le joueur a de remporter la somme x_2 , en justifiant les hypothèses de votre modèle.

Le joueur décide de changer de tactique. N'ayant aucune information sur les sommes en jeu x_1 et x_2 , il propose à la direction du jeu de pouvoir disposer d'un PC standard, sur lequel il a pris soin de programmer le tirage aléatoire selon une loi exponentielle de paramètre 1 d'un réel de la demi-droite $[0, +\infty[$. Le PC n'est pas connecté à internet et ne lui permet en aucune manière d'avoir des informations sur les contenus des enveloppes ni les sommes en jeu.

Il décide d'adopter la stratégie suivante : il prend la première enveloppe, il lit la valeur de la somme tirée, x , et par ailleurs il tire une valeur t de la loi exponentielle avec son PC. Si $t < x$, il garde x , sinon, il échange avec l'enveloppe restante.

b) Calculer la probabilité qu'il a de gagner x_2 selon cette seconde stratégie. Est-elle payante?

c) Programmer sur matlab les deux stratégies, en faire 10^6 tirages indépendants de chaque, et calculer le gain moyen pour chacun de ces "runs". Cela confirme-t-il votre réponse en b)? Si oui, expliquez pourquoi.