I : soit $(\Omega, \mathcal{B}, \mu)$ un espace mesuré positif. Montrer les propriétés suivantes :
i) si $A, B \in \mathcal{B}$ et $A \subset B$ alors $\mu(A) \leq \mu(B)$;
ii) si $A_n \in \mathcal{B}$, $n \geq 1$, alors $\mu(\cup_n A_n) \leq \sum_n \mu(A_n)$.

II: soit $\lambda > 0$ et $\mathbb{P}$ la loi de Poisson de paramètre λ sur $\mathbb{N}$. Soit $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ telle que $f(n) = n$.
i) calculer $\int_{\mathbb{N}} f d\mathbb{P}$, et $\int_{\mathbb{N}} f^2 d\mathbb{P}$.
ii) calculer les mêmes intégrales pour la loi exponentielle de paramètre q.

III:
Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ définie par $f(x, y) = (\cos(xy), xy, \sin(xy))$. Donner un développement limité à l'ordre 1 de f en $(0, 0)$.

IV:
i) décrire le système de coordonnées sphériques.
ii) calculer le volume d'une hémisphère de rayon R.
iii) calculer le volume d'une calotte polaire de latitude basse $60°$.