

Tous documents imprimés ou manuscrits autorisés

Tout appareil électrique interdit. On ne demande pas de calculs numériques.

Durée deux heures - exercices indépendants les uns des autres.

Premier exercice . Soit $f(x, y) = (x \operatorname{sh}^{-1}(y), \tan(xy), x)$. Calculer la dérivée de f en $(0, 0)$.

Second exercice. Soit $g : [0, 1[\rightarrow \mathbb{R}^+$ définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.

1) Donner l'allure de la courbe représentative de g .

2) Soit $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 \leq 1 \text{ et } 0 \leq z \leq g(\sqrt{x^2 + y^2})\}$. Esquisser la région V de l'espace par un dessin d'artiste.

3) Calculer le volume de V .

Troisième exercice. Deux fournisseurs approvisionnent une entreprise en tubes de verre. Le fournisseur A fournit 75% des besoins, et le pourcentage de tubes défectueux chez ce fournisseur est de 1%. Le fournisseur B présente un pourcentage de tubes défectueux de 2%. On prélève un tube de verre au hasard lors d'une nouvelle réception.

a) On constate que le tube est conforme, quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur A ?

b) Dans le cas où le tube est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur B ?

c) Celui qui teste le tube de verre constate qu'il est défectueux et s'exclame : encore un tube qui doit venir du fournisseur B ! . Ce jugement est-il valable ?

Quatrième exercice. Sur 100 personnes qui ont posé leur candidature à un poste de direction d'un service d'ingénierie, 55 ont une expérience en gestion de projets dépassant le million deuros, 35 ont un diplôme en ingénierie, et 10 ont à la fois l'expérience en gestion de projets et le diplôme.

a) Quelle est la probabilité pour qu'une de ces 100 personnes, tirée au hasard, ait uniquement le diplôme ?

b) Pour qu'elle ait soit le diplôme, soit l'expérience, mais pas les deux ?

c) Pour qu'elle n'ait ni le diplôme, ni l'expérience ?

Cinquième exercice. Une certaine machine usine des pièces. D'une façon générale, elle produit 3% de pièces défectueuses. Un client reçoit une caisse de 500 pièces en provenance directe de la machine.

a) Quelle est la probabilité qu'il trouve au moins 1% de pièces défectueuses à l'intérieur de la caisse ?

b) Quelle est la probabilité qu'il trouve plus de 5% de pièces défectueuses à l'intérieur de la caisse ?

Sixième exercice. Soit (X, Y) un couple de v.a.r. indépendantes de lois uniformes sur $[0, 1]$ (densités $f(x) = \mathbf{1}_{[0,1]}(x)$). Déterminer les lois des variables $U = \min(X, Y)$, $V = \max(X, Y)$.