

Probas-Stats - 2013 - Supmeca -1A

Tous documents imprimés ou manuscrits autorisés

Tout appareil électrique interdit. On ne demande pas de calculs numériques.

Durée une heure trente - exercices indépendants les uns des autres.

Premier exercice. Soit $g : [0, 1[\mapsto \mathbb{R}^+$ définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.

- 1) Donner l'allure de la courbe représentative de g .
- 2) Soit $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \text{ et } 0 \leq z \leq g(\sqrt{x^2 + y^2})\}$. Esquisser la région V de l'espace par un dessin d'artiste.
- 3) Calculer le volume de V .

Second exercice. Deux fournisseurs approvisionnent une entreprise en tubes de verre. Le fournisseur A fournit 75% des besoins, et le pourcentage de tubes défectueux chez ce fournisseur est de 1%. Le fournisseur B présente un pourcentage de tubes défectueux de 2%. On prélève un tube de verre au hasard lors d'une nouvelle réception.

- a) On constate que le tube est conforme, quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur A ?
- b) Dans le cas où le tube est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur B ?
- c) Celui qui teste le tube de verre constate qu'il est défectueux et s'exclame : "encore un tube qui doit venir du fournisseur B !". Ce jugement est-il valable ?

Troisième exercice. Sur 100 personnes qui ont posé leur candidature à un poste de direction d'un service d'ingénierie, 55 ont une expérience en gestion de projets dépassant le million d'euros, 35 ont un diplôme en ingénierie, et 10 ont à la fois l'expérience en gestion de projets et le diplôme.

- a) Quelle est la probabilité pour qu'une de ces 100 personnes, tirée au hasard, ait uniquement le diplôme ?
- b) Pour qu'elle ait soit le diplôme, soit l'expérience, mais pas les deux ?
- c) Pour qu'elle n'ait ni le diplôme, ni l'expérience ?

Quatrième exercice. Une certaine machine usine des pièces. D'une façon générale, elle produit 3% de pièces défectueuses. Un client reçoit une caisse de 500 pièces en provenance directe de la machine.

- a) Quelle est la probabilité qu'il trouve au moins 1% de pièces défectueuses à l'intérieur de la caisse ?
- b) Quelle est la probabilité qu'il trouve au plus 5% de pièces défectueuses à l'intérieur de la caisse ?

Cinquième exercice. Soit (X, Y) un couple de v.a.r. indépendantes de lois uniformes sur $[0, 1]$ (densités $f(x) = \mathbf{1}_{[0,1]}(x)$). Déterminer les lois des variables $U = \min(X, Y)$, $V = \max(X, Y)$.