

I Écrire les développements en série de Laurent des fonctions suivantes dans les régions demandées :

- 1) $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3}$ au voisinage de $z_0 = 1$.
- 2) $g(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$ dans la couronne $1 < |z| < 3$.

II Trouver les pôles et les résidus des fonctions suivantes :

$$\frac{z-2}{z(1-2z)} \quad \frac{z-1/2}{z(1-2z)} \quad \frac{1}{(z^2-4)(z-1)^3} \quad \frac{z}{\sin(z)} \quad \frac{e^z}{\sin^2(z)}$$

III Calculer par la méthode des résidus $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{1+x^4} e^{ikx} dx$, $k \in \mathbb{R}$.

IV Calculer les intégrales de Fresnel $I = \int_0^{+\infty} \sin(x^2) dx$ et $J = \int_0^{+\infty} \cos(x^2) dx$.