

I : résoudre $y^{(4)} - 16y = 0$.

II : résoudre

$$x^3 y^{(3)} - 3x^2 y'' + 6xy' - 6y = x^4 \ln(x).$$

Pour la solution générale de l'équation homogène associée, on pourra rechercher $y = x^m$. Pour la solution particulière, on pourra utiliser la méthode des Wronskiens.

III : on se donne deux réservoirs T_1 et T_2 contenant l'un 100 litres d'eau pure, et l'autre 100 litres d'eau dans laquelle 10kg de sel sont dissous. On suppose que les liquides dans chacun des tanks sont maintenus homogènes par un procédé de mélange, et on suppose que les tanks échangent leurs liquides à la vitesse de 2l/min.

On appelle $y_1(t)$ et $y_2(t)$ les quantités de sel contenues dans chacun des deux tanks.

Déterminer l'évolution de ces quantités au cours du temps.

IV : convertir l'équation du ressort $y'' + \frac{c}{m}y' + \frac{k}{m}y = 0$ en un système d'équations différentielles d'ordre 1 en posant $y_1 = y$ et $y_2 = y_1'$, puis résoudre.

V : résoudre par un système $y''' + 2y'' - y' - 2y = 0$.