ISITV, Première Année **APPROX, 2014**

24 Juin 2014.

Tous documents autorsisés, durée 2h heures.

Appareils électroniques interdits.

I : on se propose de résoudre l'équation différentielle suivante :

$$(E) : \qquad x^3y^{(3)} + x^2y^{(2)} - 2xy' + 2y = x.$$

a) Pour déterminer une base de l'équation homogène associée (EH), choisir $y = x^m$ et en déduire une équation que doit satisfaire m.
b) Observer que $m = 1$ est solution évidente de cette équation et en déduire une base de solutions de (EH).
c) Par la méthode des Wronskiens, en dénduire une solution particulière de (E) (on n'oubliera pas d'écrire l'équation sous forme canonique au préalable $y^{(3)} + ...$).
d) En déduire l'expression de la solution générale de (E).

II : déterminer les noeuds x_1, x_2 pour que la quadrature

$$(Q) : \qquad \int_0^1 f(x)dx \sim A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2)$$

soit d'ordre maximal.

Calculer ensuite les poids associés A_1 et A_2.

III : calculer par la méthode des résidus

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^4}.$$

(*On pourra se ramener au calcul de* $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^4}$).